Mathematische Modellierung in philosophischen Kontexten

Ein Beispiel anhand des Peer-Disagreements in der Philosophie

Fabian Eck (Universität Duisburg-Essen)

Studienrichtung: Philosophie/Mathematik, Studienphase: Master

In diesem Artikel soll anhand eines Beispiels die Möglichkeit und Leistungsfähigkeit einer mathematischen Analyse philosophischer Probleme illustriert werden. Gegenstand der beispielhaften Analyse ist die philosophische Diskussion von Uneinigkeit unter Philosophen sowie die damit zusammenhängende Frage nach der Reliabilität philosophischer Methoden. Ausgehend von dem Ziel der Widerlegung eines einzelnen Arguments werden durch die mathematische Analyse dieses Arguments Mängel zentraler Begriffe, wie z. B. derjenige der Reliabilität, aufgedeckt. Schließlich kann mithilfe der mathematischen Modellierung, neben der Widerlegung des Arguments, eine Modifikation dieser Begriffe vorgeschlagen werden. Damit liefert die Analyse einen Beitrag zu wesentlichen Aspekten der Diskussion.

Schlagwörter: Disagreement, Methodenreliabilität, Mathematische Modellierung, Interdisziplinarität.

1 Einleitung

1959 löste der britische Wissenschaftler Charles P. Snow durch einen Vortrag mit dem Titel *The Two Cultures* eine öffentliche Debatte aus. Darin vertrat er die These, dass sich das intellektuelle Leben der westlichen Gesellschaften zunehmend in zwei sich entgegenstehende Kulturen aufspaltet: die Naturwissenschaften und die Geisteswissenschaften.[1] Dieser Prozess sei schon so weit fortgeschritten, dass die Kommunikation der Angehörigen beider Lager nicht mehr möglich wäre. Dabei seien es aber gerade die Zusammenstöße zweier Disziplinen gewesen, so Snow, die wissenschaftliche Durchbrüche erzeugten.[2]
Die Fruchtbarkeit eines solchen Zusammenstoßes soll hier anhand einer Anwendung von Mathematik innerhalb der Philosophie gezeigt werden.[3] Dass Mathematik auch auf philosophische Probleme anwendbar ist, wurde schon mehrfach unter Beweis gestellt: David Lewis' spieltheoretische Analyse sprachlicher Konventionen, Fragen der Verteilungsgerechtigkeit oder die Sozialwahltheorie beinhalten mathematische Elemente. In diesen Fällen können die mathematischen Elemente allerdings von vornherein als fester Bestandteil des Konzeptes betrachtet werden.
Die Mathematik war von Beginn an ein Instrument der philosophischen Analyse. Aber ist die Anwendung mathematischer Werkzeuge auf derartige Fälle beschränkt oder lässt sich

[1] Snow, 1998, S. 3f.

[2] Snow, 1998, S. 16.

[3] Obwohl Mathematik in einem gewissen Verständnis auch eine Geisteswissenschaft ist, ist sie im Sinne der zwei Kulturen eher den Naturwissenschaften zuzuordnen.

der Anwendungsbereich auch auf nachträgliche Analysen erweitern? Die beispielhafte Modellierung eines philosophischen Problems soll zeigen, dass auch eine nachträgliche Analyse möglich ist. Zudem soll die Leistungsfähigkeit einer solchen mathematischen Modellierung illustriert werden.
Aber was genau ist eine mathematische Modellierung bzw. ein mathematisches Modell? Der niederländische Mathematiker Sjoerd W. Rienstra beschreibt mathematische Modellierung wie folgt:

> Describing a real-world problem in a mathematical way by what is called a MODEL, such that it becomes possible to deploy mathematical tools for its solution. The accuracy of the description should be limited, in order to make the model not unnecessary complex. The model should be based on first principles and elementary relations, such that it has reasonable claims to predict both quantitative and qualitative aspects of the solution.[4]

Die Herausforderung einer Modellierung besteht also darin, ein reales Problem in mathematische Sprache zu übersetzen, um so ein mathematisches Problem zu erhalten. Wenn dieses Problem gelöst werden kann, muss die mathematische Lösung in eine reale Lösung zurückübersetzt werden. Die reale Lösung kann nun am realen Problem überprüft werden.
Im folgenden Abschnitt wird als Erstes die philosophische Grundlage dargestellt, die Gegenstand der Modellierung sein wird. Anschließend werden die mathematische Analyse des Problems und einige der Resultate daraus vorgestellt. Abschließend wird der Ertrag der Analyse diskutiert. Dabei wird versucht, weitgehend auf mathematische Formalia zu verzichten und eine für Laien verständliche Sprache zu verwenden.[5]

2 Ein Anwendungsbeispiel aus der Philosophie

Eine Eigentümlichkeit der Philosophie ist, dass eine umfassende Uneinigkeit bezüglich ihrer Fragen herrscht. Das zeigt u.a. eine Studie von Bourget und Chalmers, in der 931 Philosophen zu ihren Überzeugungen zu 30 verschiedenen philosophischen Problemen befragt wurden.[6] Diese Uneinigkeit, die auch als Peer-Disagreement bezeichnet wird, wird in der Philosophie diskutiert und bildet die thematische Grundlage des folgenden Anwendungsbeispiels.

> After a nice restaurant meal, my friend and I decide to tip 20 % and split the check, rounding up to the nearest dollar. As we have done many times, we do the math in our heads. We have long and equally good track records at this (in the cases where we've disagreed, checking with a calculator has shown us right equally frequently); and I have no reason (such as those involving alertness or tiredness, or differential consumption of coffee or wine) for suspecting one of us to be especially good, or bad, at the current reasoning task. I come up with $43; but then my friend announces that she got $45.[7]

[4] Rienstra, 2002, S. 3.

[5] Für Fachphilosophen oder allgemein Personen, die mit dem grundlegenden philosophischen Problem vertraut sind, sind vertiefende Fußnoten hinzugefügt. Ein vollständiges Verständnis dieser Anmerkungen ist für das Verständnis des Artikels nicht notwendig.

[6] Bourget & Chalmers, 2013, S. 11.

[7] Christensen, 2011, S. 2.

Diese kurze Geschichte von David Christensen beschreibt eine einfache Situation von Peer-Disagreement. Das Wort *Peer* zeigt an, dass die beteiligten Akteure sogenannte „Epistemic Peers“ sind, d. h. denselben Zugang zu den relevanten Informationen haben und gleich kompetent in der Beurteilung und Auswertung dieser Informationen sind. Verschiedene Philosophen haben sich mit den Fragen nach den Ursachen und Konsequenzen eines solchen Peer-Disagreements (insbesondere innerhalb der Philosophie selbst) auseinandergesetzt. Eine Antwort auf die Frage nach den Ursachen bietet das von Sanford Goldberg formulierte Reliabilitätsargument an. Dieses Argument stellt Reliabilität, also die Zuverlässigkeit, der benutzten philosophischen Methoden in Frage.[8]

2.1 Das Reliabilitätsargument

Bevor das Reliabilitätsargument dargestellt werden kann, muss das hier verwendete Verständnis von Reliabilität erläutert werden, denn dieses weicht von dem gewöhnlichen Verständnis als eines der drei Gütekriterien für Erkenntnismethoden (gemeint sind Reliabilität, Validität und Objektivität) ab. Eine Methode gilt nach Goldberg nur dann als reliabel, wenn sie überwiegend wahre Überzeugungen produziert. Goldberg schreibt:

> A belief-forming method is reliable only if it produces a preponderance of true beliefs, relative to the class of all beliefs it produces, when employed by a normally functioning individual in (what for it is) normal circumstances. [9]

Entscheidend für die Reliabilität einer Methode ist also die relative Häufigkeit der von der Methode produzierten wahren Überzeugungen innerhalb der Gesamtmenge der von der Methode produzierten Überzeugungen.

Das Reliabilitätsargument besagt nun, dass unter zwei Voraussetzungen darauf geschlossen werden kann, dass es extrem unwahrscheinlich ist, dass eine reliable philosophische Methode existiert. Die erste Voraussetzung ist die Existenz eines innerhalb der Philosophie weit verbreiteten Peer-Disagreements. Die zweite Voraussetzung ist, dass die Anzahl der verwendeten philosophischen Methoden gering ist.

Aufgrund der Studie von Bourget und Chalmers kann berechtigterweise angenommen werden, dass die erste Voraussetzung, zumindest bedingt, erfüllt ist. Die zweite Voraussetzung soll zugunsten des Arguments auch als erfüllt angesehen werden.[10] Damit wäre es nach dem Reliabilitätsargument also tatsächlich extrem unwahrscheinlich, dass eine reliable philosophische Methode existiert.[11]

---

[8] Goldberg, 2009, S. 106ff.

[9] Goldberg, 2009, S. 106.

[10] Diese Bedingung birgt einige Schwierigkeiten, wie die Frage, was eigentlich als philosophische Methode gelten soll. Hinzu kommt die kuriose (und wahrscheinlich nicht unproblematische) Vorgehensweise, die Reliabilität philosophischer Methoden mit philosophischen Methoden zu untersuchen. Unabhängig davon, ob die Methoden reliabel sind oder nicht, kann dadurch nicht sicher gesagt werden, ob das Ergebnis richtig ist. Aufgrund der offensichtlichen Komplexität dieser Sachverhalte wird diese Diskussion hier ausgespart und die Methodenknappheit als gegeben angesehen.

[11] Grundmann, 2013, S. 13.

2.2 Grundmanns *Philosopher's Toy World*

Thomas Grundmann bestreitet die Schlussfolgerung des Reliabilitätsarguments. Er behauptet, dass die Voraussetzungen des Reliabilitätsarguments nicht ausreichen, um auf die Unwahrscheinlichkeit der Existenz einer reliablen philosophischen Methode zu schließen. Dies versucht er mithilfe einer konstruierten fiktiven Welt zu zeigen. Die *Philosopher's Toy World*, wie Grundmann seine Welt nennt, ist als ein einfaches Gegenbeispiel gedacht, in dem die Voraussetzungen des Reliabilitätsarguments zwar erfüllt sind, die Schlussfolgerung der (vollkommenen) Unwahrscheinlichkeit jedoch nicht. Grundmann schreibt:

> Here is, finally, the case of a philosopher's toy world which is meant to illustrate by a very simple example that even under the highly idealized assumptions of (i) extreme diversity in philosophy (with a truth-ratio of about 50 %), (ii) epistemic peerness of all philosophers and (iii) a highly restricted number of available methods, it does not follow that the existence of reliable methods is completely unlikely.[12]

Die Philosopher's Toy World stellt Grundmann in einer Tabelle[13] dar. Dabei betrachten wir die fiktive Welt aus einer allwissenden Beobachterperspektive.[14] In ihr gibt es nur zwei Philosophen, es sind nur zwei Methoden verfügbar und es sind nur sechs philosophische Probleme zu lösen. Weiter legt Grundmann fest, dass eine Methode dann als reliabel gelten soll, wenn sie mehr als 70 % wahre Überzeugungen produziert, d. h. die relative Häufigkeit wahrer Überzeugungen größer als 0,7 ist.[15] Betrachten wir zum besseren Verständnis der Tabelle beispielhaft die erste Zeile. In der ersten Spalte wird das philosophische Problem *p* aufgeführt, wobei beantwortet werden soll, ob *p* zutrifft oder nicht. Die vierte Spalte gibt auf diese Frage eine Antwort, und zwar, dass *p* zutrifft. Sie listet also die tatsächlichen Fakten bzw. Gegebenheiten in der fiktiven Welt auf. In der zweiten und dritten Spalte sind die Ergebnisse bzw. produzierten Überzeugungen der beiden Philosophen aufgelistet. Philosoph 1 kommt mittels Methode 1 zu der Überzeugung *p* und Philosoph 2 mittels Methode 2 zu der Überzeugung *not-p*, als dem Gegenteil von *p*. Die graue Hinterlegung zeigt an, dass die Überzeugung von Philosoph 1 mit den Fakten der Welt übereinstimmt, d. h. dass sie wahr ist.

Die Philosopher's Toy World beinhaltet also eine „vollkommen reliable" Methode, nämlich Methode 1. Da sie sechs wahre von insgesamt sechs Überzeugungen produziert, beträgt die relative Häufigkeit der von Methode 1 produzierten wahren Überzeugungen 1 und ist damit größer als 0,7. Grundmann zieht daraus insgesamt den Schluss, dass die

---

[12] Grundmann, 2013, S. 14.; Der Begriff „diversity" ist von mir, um Missverständnisse zu vermeiden, bisher nicht erwähnt worden. Die ursprüngliche Verwendungsweise von „diversity" in Grundmanns Text ist stark problembelastet, was an späterer Stelle noch kurz aufgegriffen wird, allerdings nicht vollständig erörtert werden kann. Der Punkt (i) kann hier der Einfachheit halber als die Existenz eines umfassenden Disagreements innerhalb der Philosophie verstanden werden.

[13] Die Tabelle kann hier aufgrund von Urheberrechten nicht eingefügt werden. Allerdings kann sie unter http://www.philosophie.uni-koeln.de/sites/philo-sem/Grundmann/Grundmann_2012_Doubts_about_Philosophy.pdf (S. 15) aufgerufen werden. Dies ist zum Verständnis des Artikels dringend zu empfehlen, da mehrfach explizit Bezug auf die Tabelle genommen wird.

[14] D. h. im Gegensatz zur Realität wissen wir bspw., welche der Überzeugungen wahr bzw. falsch sind.

[15] Grundmann, 2013, S. 11.

Existenz einer reliablen Methode nicht im Widerspruch zu den Voraussetzungen des Reliabilitätsarguments steht. Des Weiteren sieht er keinen Grund, warum dieses Szenario nicht auch auf komplexere Szenarien verallgemeinerbar sei. Grundmann folgert also, dass das Reliabilitätsargument nicht schlüssig ist.[16]
Die folgende mathematische Modellierung der Philosopher's Toy World wird zeigen, dass sich dieses Argument nicht derart einfach widerlegen lässt. Zudem werden durch die Modellierung zentrale Begriffe und Zusammenhänge identifiziert, problematisiert und präzisiert.

3 Die mathematische Modellierung

Eine Antwort auf die entscheidende Frage, ob es unter den Voraussetzungen des Reliabilitätsarguments die Existenz einer reliablen Methode extrem unwahrscheinlich ist, gibt Grundmann mit seinem Argument nicht. Die Philosopher's Toy World zeigt lediglich, dass die Existenz einer reliablen Methode nicht unmöglich ist, ohne Auskunft über die Wahrscheinlichkeit deren Existenz zu geben. Im Folgenden wird versucht, diese Wahrscheinlichkeit innerhalb der Philosopher's Toy World zu bestimmen.

3.1 Eine erste Analyse

In einer ersten Analyse sollen basale Zusammenhänge herausgearbeitet werden, die die grundlegende Struktur der Philosopher's Toy World bilden. Dazu betrachten wir die Voraussetzungen des Reliabilitätsarguments, die den Aufbau der Tabelle bestimmen. Es kann festgestellt werden, dass einige Elemente der Tabelle überflüssig sind, sodass letztlich eine vereinfachte Version dieselben Voraussetzungen erfüllt. Einige der überflüssigen Elemente und die wichtigsten der notwendigen Strukturelemente sind im Folgenden dargestellt.

Welche Informationen sind überflüssig?

Spalte 1 und Spalte 4 bestimmen, welche der von den Philosophen produzierten Überzeugungen wahr ist. Diese Information ist jedoch redundant, da die graue Hinterlegung eine ausreichende und sparsamere Variante dieser Information darstellt. Zeile 1 und Zeile 4 können demnach ohne Informationsverlust weggelassen werden.

Die Benennung der Probleme in *p*, *q*, *r* usw. ist nicht nur überflüssig, sondern sogar problematisch, wenn *not-p*, *not-q* usw. als logische Negationen verstanden werden. Die daraus entstehende Problematik ist interpretationsabhängig, komplex und hängt u.a. mit der hier verwendeten Reliabilitätsauffassung zusammen.[17] Wesentlich ist die Anzahl der

[16] Grundmann, 2013, S. 15f.

[17] Beides wird an späterer Stelle aufgegriffen und näher diskutiert. Eine der Fragen, die sich stellt ist bspw. inwiefern M_2 gerechtfertigter Weise als nicht reliabel, also unzuverlässig, gelten kann, wenn sie doch robust falsche Ergebnisse erzeugt. Warum sollte sie nicht als ausschließende Methode dienen können? Weitere Probleme ergeben sich im Zusammenhang mit der Frage nach der Verteilung des Disagreements.

bearbeiteten Probleme, da diese die Anzahl der wahren und falschen Überzeugungen beeinflusst, die produziert werden.

Welcher Philosoph welche Überzeugung produziert ist für die Reliabilität einer Methode unerheblich, solange ein bedingungskonformes Disagreement bestehen bleibt.[18]

Welche Informationen sind notwendig?

Die notwendigen Informationen sind diejenigen, die sich direkt aus den Voraussetzungen des Reliabilitätsarguments ergeben, wobei nicht jede Information explizit dargestellt werden kann. Sie bilden die strukturelle Grundlage des Modells.

Das Disagreement als zentraler Diskussionsgegenstand muss selbstverständlich als Information aufgenommen werden.[19] Dieses wird unter anderem durch seine „diversity", seine Diversität, charakterisiert. Mit Diversität ist die Vielfalt inkompatibler Überzeugungen[20] gemeint; sie beschreibt also die Verteilung des Disagreements.[21] Im Spezialfall von nur zwei Philosophen, zwei Wahloptionen (bei Grundmann bspw. *p* oder *not-p*) und einer maximalen Diversität[22] des Disagreements ist dann unter der Voraussetzung, dass eine der Optionen wahr ist und die andere falsch, der Wahrheitsanteil der Disziplin Philosophie innerhalb der fiktiven Welt ableitbar.[23] Der Wahrheitsanteil bezeichnet dabei die relative Häufigkeit wahrer Überzeugungen innerhalb der Gesamtzahl von der Disziplin Philosophie produzierter Überzeugungen. Im oben genannten Spezialfall beträgt der

[18] Eine von Grundmann genutzte Analogie (gemeint ist die Basketball-Team-Analogie in Grundmann, 2013, S. 12f) kann so interpretiert werden, dass es aufgrund der Peer-Eigenschaft notwendig ist, dass jeder Philosoph die gleiche Anzahl wahrer Überzeugungen produziert. Die Anzahl dieser der wahren Überzeugungen ist für die spätere Bestimmung der Reliabilität der Methoden entscheidend. Da diese Anzahl in der Philosopher's Toy World allerdings unabhängig davon, ob die Philosophen gleich oder ungleich viele wahre Überzeugungen produzieren, immer dieselbe ist, spielt eine Gleich- oder Ungleichverteilung keine Rolle. Der Grund dafür ist das Bestehen des Disagreements, das es erfordert, dass es in jeder Zeile von Grundmanns Tabelle genau eine wahre und eine falsche Überzeugung gibt. Bei sechs Problemen (also sechs Zeilen) sind dies insgesamt immer sechs wahre und sechs falsche Überzeugungen. Eine Berücksichtigung dieser Forderung hat keinen Einfluss das Gesamtergebnis. Für eine Philosophenanzahl von mehr als zwei trifft dies nicht mehr notwendig zu. Aufgrund der Komplexität dieses Sachverhaltes, wird eine weitere Diskussion hier ausgespart.

[19] Ein kurioses Resultat (das hier aber keine Rolle spielen soll) der endgültigen Modellierung ist, dass das Disagreement zwar hinreichend für den strukturellen Aufbau des Modells ist, aber nicht notwendig.

[20] Goldberg, 2009, S. 106.

[21] In Grundmanns Text ist diese Eigenschaft sehr ungenau, teilweise widersprüchlich formuliert. Erstens ist die verwendete Rangordnung durch Beschreibungen wie „strong", „extreme", „perfect" oder „ultra-extreme" (vgl. Grundmann, 2013, S. 6, S. 11 & S. 16) unklar. Und zweitens wird aus der Diversität der Wahrheitsanteil (die relative Häufigkeit wahrer Überzeugungen) innerhalb der Philosophie abgeleitet, was nur in Spezialfällen funktionieren kann. Präzise Schlussfolgerungen sind mit der Diversität als eindimensionale Größe nicht möglich. Auch weitere Begriffe wie derjenige der Symmetrie („symmetry"; vgl. Grundmann, 2013, S. 6) sind nicht eindeutig definiert. All dies kann mittel statistischer Terminologie präzise ausgedrückt werden, z. B. könnte die Symmetrie durch geeignete Streuungsmaße beschrieben werden. Eine nähere Erläuterung dieses durchaus wichtigen Zusammenhangs findet an dieser Stelle leider keinen Platz.

[22] Ich nutze den Begriff Diversität hier der Einfachheit halber im Sinne des Spezialfalls, dessen Verständnis sich dann weitgehend mit dem auch genutzten Begriff „widespread" deckt. Diversität bezeichnet dann die Anzahl der sich entgegenstehenden Auffassungen bzgl. eines Problems. Im Fall von Grundmanns Tabelle ist die Diversität also in dem Sinn maximal, als dass bei sechs Problemen sechs Uneinigkeiten bestehen.

[23] Bei nicht maximaler Diversität ist es nicht möglich, den exakten Wahrheitsanteil aus der Diversität zu bestimmen, sondern nur den maximal möglichen Wahrheitsanteil.

Wahrheitsanteil der Disziplin Philosophie 50 %. Denn wenn bspw. Philosoph 1 eine wahre Überzeugung *p* produziert, muss aufgrund des Disagreement Philosoph 2 eine inkompatible Überzeugung *not-p* produziert haben, die falsch ist. Da dies für jedes der sechs Probleme gelten muss, ergibt sich der Wahrheitsanteil von 50 %.[24] Es ist erkennbar, dass der Wahrheitsanteil der Disziplin Philosophie die eigentlich zentrale Größe ist, die lediglich aus dem Disagreement abgeleitet wird.

Die Methodenknappheit ist die einfachste Größe und muss, da sie explizit als Voraussetzung genannt wird, als Information erhalten bleiben. Sie ist auf zwei Methoden festgelegt und muss nicht weiter diskutiert werden.

3.2 Rekonstruktion der fiktiven Welt

Die obige Analyse ermöglicht es nun, Grundmanns Tabelle in vereinfachter Form zu rekonstruieren. Ein sukzessives Vorgehen zeigt dabei grundlegende Schwächen in Grundmanns Argumentation auf. Die nebenstehende vereinfachte Tabelle ist das Resultat der Verarbeitung der notwendigen Informationen, d. h. dem Disagreement (hier expliziert als Wahrheitsanteil von 50 %), der Methodenknappheit und der Peerness (implizit). Die Felder 1 bis 6 repräsentieren die wahren und die Felder 7 bis 12 die falschen Überzeugungen, die produziert wurden. Innerhalb jedes Feldes ist die Methode vermerkt, mit der die jeweilige Überzeugung produziert wurde.

wahr	falsch
1 $M_{1/2}$	7 $M_{1/2}$
2 $M_{1/2}$	8 $M_{1/2}$
3 $M_{1/2}$	9 $M_{1/2}$
4 $M_{1/2}$	10 $M_{1/2}$
5 $M_{1/2}$	11 $M_{1/2}$
6 $M_{1/2}$	12 $M_{1/2}$

Tab.1: Vereinfachte Tabelle

Es fällt auf, dass keine spezielle Methodenzuordnung durch die notwendigen Informationen festgelegt und in der Tabelle realisiert ist. Würde Grundmanns Methodenzuordnung in die sparsamere Tabelle übertragen, würden die Felder 1 bis 6 von M_1 belegt und die Felder 7 bis 12 von M_2. Obwohl eine gewisse Einzigartigkeit dieser speziellen Zuordnung suggeriert wird, wurde sie von Grundmann zwar zweckorientiert, aber dennoch willkürlich gewählt. Ohne weitere Informationen muss jede andere mögliche Zuordnung als gleichberechtigt angesehen werden.[25] Diese möglichen Methodenzuordnungen können mittels grundlegender Kombinatorik abgezählt werden. Es ergeben sich $2^{12} - 2 = 4094$ Zuordnungsmöglichkeiten.[26] Darunter sind sowohl Zuordnungen, in denen eine reliable Methode existiert, als auch Zuordnungen, in denen keine reliable Methode existiert.

---

[24] Dieser Sachverhalt wurde teilweise schon in Fußnote 18 thematisiert.

[25] Hier könnte eingewandt werden, dass einige Zuordnungen auch ohne zusätzliche Informationen als weniger realistisch betrachtet werden können und daher nicht als gleichberechtigt gelten sollten. Ein Beispiel für derartige Zuordnungen könnten diejenigen sein, in denen eine der Methoden jeweils nur einmalig zum Einsatz kommt. Eine Berücksichtigung dieses Einwandes liefert allerdings ähnliche oder kleinere Existenzwahrscheinlichkeiten. Bspw. ergibt sich für den Fall, dass beide Methoden gleich häufig eingesetzt werden ein Anteil reliabler Anordnungen von nur 8,01 %. Insbesondere beträgt der später erläuterte Methodenanteil für $\alpha \leq 10\,\%$ für jede mögliche Einschränkung dieser Art weiterhin 0 %.

[26] Zwei der Zuordnungen müssen abgezogen werden, da sie die Bedingung der Methodenanzahl von genau zwei Methoden verletzten. Zwar würde eine Methodenanzahl von nur einer Methode sicherlich auch die Voraussetzung der Methodenknapp-

Diese Feststellung ermöglicht es nun, das verwendete Verständnis von Wahrscheinlichkeit zu präzisieren.[27] Die relative Häufigkeit der Zuordnungen, in denen eine reliable Methode existiert, innerhalb aller möglichen Zuordnungen liefert einen Wert, der als theoretische Wahrscheinlichkeit aufgefasst und als Verwirklichungstendenz der entsprechenden Zuordnungen interpretiert werden kann. Aufgrund der Gleichberechtigung der Zuordnungen aus Informationsmangel ist eine spezielle Gewichtung einzelner Zuordnungen bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit nicht möglich.[28]

Unter der Annahme, dass Grundmanns Zuordnung die *einzige* mit reliabler Methode ist, ergibt sich eine theoretische Wahrscheinlichkeit von 0,024 % für die Existenz einer reliablen philosophischen Methode unter den Gegebenheiten in der Philosopher's Toy World. An dieser Stelle ist Grundmanns Argument bereits insofern widerlegt, als dass es durch die Nennung dieses Einzelfalls und der impliziten Annahme seiner Einzigartigkeit die richtige Schlussfolgerung wäre, dass die Existenz einer reliablen philosophischen Methode tatsächlich extrem unwahrscheinlich ist.

Es ist allerdings leicht, Anordnungen zu finden, die von Grundmanns Anordnung verschieden sind und ebenfalls eine reliable Methode, d. h. eine Methode, die mehr als 70 % wahre Überzeugungen produziert hat, enthalten. Diese Anordnungen lassen sich mittels eines konstruktiven Verfahrens zählen.[29] Der Anteil reliabler Anordnungen und damit die theoretische Wahrscheinlichkeit der Existenz einer reliablen Methode beträgt dann 20,52 %. Ein eindeutiges Ablehnen von Grundmanns Argument ist also nicht mehr möglich. Eine nähere Betrachtung der Reliabilitätsdefinition zeigt allerdings, dass dieser Anteil von 20,52 % nicht mit absoluter Sicherheit nur Anordnungen mit reliablen Methoden enthält.

3.3 Rekonstruktion der Reliabilitätsdefinition

Die Reliabilität einer Methode M ist bisher durch die relative Häufigkeit der von ihr produzierten wahren Überzeugungen definiert. Diese Definition ist u.a. problematisch, da sie Reliabilität immer auf einen gewissen Zeitpunkt relativiert. Das Anwenden einer Methode auf verschiedene Probleme ist ein Prozess, dessen Ende nicht exakt bestimmt werden kann. Das bedeutet aber, dass zu keinem Messzeitpunkt alle Daten berücksichtigt werden können, die für eine endgültige Aussage über die Reliabilität der Methode relevant sind. Wird davon ausgegangen, dass die Problembearbeitung in einer zeitlichen Abfolge vonstattengeht, lassen sich mit Grundmanns Definition leicht Anordnungen konstruieren, in denen eine Methode bspw. nach der dritten Problembearbeitung reliabel, nach der sechs-

---

heit erfüllen. Allerdings handelt es sich dabei um einen Sonderfall, in dem die jeweilige Methode in jedem Fall nicht reliabel wäre. Daher ist es sinnvoll diese Möglichkeiten auszuschließen.

[27] Das Wahrscheinlichkeitsverständnis wird schon durch Grundmanns Argumentation implizit vorgegeben.

[28] Diese Gleichberechtigung ist klarerweise vollkommen wirklichkeitsfern. Grundmanns Philosopher's Toy World ist allerdings auch nicht als wirklichkeitsnahes Szenario gedacht und da der Zweck des Modells vorerst nur die Widerlegung von Grundmanns Argument ist, kann dies vernachlässigt werden.

[29] Das Verfahren ist für eine vollständige Darstellung im Artikel zu umfangreich. Grob gesagt basiert es darauf, Anordnungen mit gleichen Eigenschaften in Klassen einzuteilen und anschließend die Häufigkeiten der Anordnungen in den einzelnen Klassen zu zählen.

ten allerdings nicht mehr reliabel ist. Offensichtlich kann eine nicht reliable Methode durch puren Zufall als reliabel eingestuft werden und umgekehrt.
Des Weiteren ermöglicht die bisherige Reliabilitätsdefinition Aussagen über die Zukunft, die unmöglich gewusst werden können. Bspw. wird M_1 aus der Philosopher's Toy World als vollkommen reliabel bezeichnet. Das impliziert, dass M_1 auch in Zukunft nur wahre Überzeugungen produzieren wird, was unmöglich gewusst werden kann. Auch ein Vergleich der Reliabilität von Methoden mit unterschiedlicher Anzahl von Problembearbeitungen liefert auf Basis der bisherigen Definition keine verlässlichen Ergebnisse. Eine Möglichkeit, auf das erste Problem zu reagieren, ist, die Reliabilität einer Methode als statistische Wahrscheinlichkeit aufzufassen.[30]

Statistische Wahrscheinlichkeit kann als die relative Häufigkeit eines Ereignisses beschrieben werden, die sich nach unendlich vielen Versuchen ergibt. Im Kontext der Methodenreliabilität wäre dies die relative Häufigkeit wahrer Überzeugungen, die eine Methode nach unendlich vielen Anwendungen produziert. Wir betrachten diesen Wert fortan als Maß für die Reliabilität einer Methode M und bezeichnen ihn mit p_M. Eine Methode M gilt dann als reliabel, wenn $p_M > 0{,}7$ ist.[31] Es handelt sich dabei offensichtlich um einen hypothetischen Wert, der als eine „intrinsische Eigenschaft“ der Methode interpretiert werden kann. Da unendlich viele Methodenanwendungen nicht praktisch durchgeführt werden können, ist p_M nicht exakt bestimmbar. Inwiefern kann dieser Wert dann überhaupt das obige Problem lösen?
Als Erstes wird anerkannt, dass die exakte Reliabilität einer Methode nicht gewusst werden kann. Dieses Problem ist praktisch nicht lösbar und muss in der neuen Definition enthalten sein. Eine Modellierung des Prozesses einer Methodenanwendung als einfache Bernoulli-Kette liefert die Grundlage dafür.
Für N Methodenanwendungen einer Methode M lässt sich der Prozess als die Menge $\Omega_M = \{0, 1\}^N$ darstellen. Das Produzieren einer wahren Überzeugung ist dabei als 1 und das Produzieren einer falschen Überzeugung als 0 codiert. Das Ergebnis von Methode M_1 aus Grundmanns Beispiel lässt sich bspw. durch das 6-Tupel $(1, 1, 1, 1, 1, 1)$ darstellen. Auf Basis dieses Ergebnisses lässt sich eine Vermutung dafür anstellen, ob $p_M > 0{,}7$ ist oder nicht.
Wie oben erläutert, kann aus diesem Ergebnis nicht zweifelsfrei auf das tatsächliche Zutreffen dieser Vermutung, in obigem Fall z. B., dass M_1 reliabel ist, geschlossen werden. Es kann nun aber gefragt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit M_1 das obige Ergebnis produziert haben kann, ohne reliabel zu sein. D. h. mit welcher Wahrscheinlichkeit die Produktion von sechs wahren Überzeugungen in sechs Versuchen das Ergebnis reinen Zufalls wäre. Oder allgemeiner ausgedrückt: Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird, auf Grundlage von vorliegenden Ergebnissen, eine Methode M fälschlicherweise als reliabel

[30] Eins der angedeuteten weiteren Probleme ergibt sich z. B. aus der Tatsache, dass wir in der Realität keine allwissende Beobachterperspektive einnehmen können. D. h. die Wahrheit bzw. Falschheit der Überzeugungen ist unbekannt, wodurch die Reliabilität nicht bestimmt werden kann. Für die Analyse von Grundmanns Argument ist dies jedoch lediglich sekundär. Für die allgemeine Diskussion bedeutet dies, dass eine Annäherung an die klassische Definition von Reliabilität als eines der drei Gütekriterien evtl. sinnvoll wäre.

[31] Der Einfachheit halber ist der Schwellenwert an Grundmanns Definition orientiert. Da eine solche Grenze jedoch willkürlich ist, empfiehlt es sich, darauf zu verzichten und zu einem kardinalen Maß mit Werten zwischen 0 und 1 überzugehen.

bzw. nicht reliabel deklariert? Das Maximum dieser Wahrscheinlichkeit ist berechenbar. Für die Methoden aus Grundmanns Beispiel ergibt sich bspw., dass M_1 mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 11,76 % reliabel ist und M_2 mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,073 % nicht reliabel. M_2 ist demnach mit ziemlicher Sicherheit tatsächlich nicht reliabel, wohingegen M_1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 11,76 % sechs wahre Überzeugungen produziert hat, ohne reliabel zu sein.

3.4 Zusammenführung der Rekonstruktionsresultate

Die Resultate beider Rekonstruktionen sind in der folgenden Tabelle dargestellt, wobei auch andere Darstellungen mit alternativen Intervallen für α möglich sind. α bezeichnet die Irrtumswahrscheinlichkeit und der Prozentwert darunter den Anteil der Anordnungen, die mit der vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit eine reliable Methode enthalten.

$\alpha \leq 10\,\%$	$10\,\% < \alpha \leq 40\,\%$	$\alpha > 40\,\%$
0 %	2,34 %	18,17 %

Tab. 2: Anteile reliabler Methoden bei vorgegebener Irrtumswahrscheinlichkeit [32]

Es existiert keine Anordnung, die mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % oder weniger eine reliable Methode enthält (grüner Bereich). Welche obere Grenze für α als akzeptabel gelten soll, ist grundsätzlich beliebig. Eine sinnvolle Wahl könnte z. B. anhand der Auswirkungen eines Irrtums getroffen werden. Je kleiner α, desto mehr Sicherheit wird gewährleistet. Hier wurde 10 % als obere Grenze für die Akzeptanz der Reliabilität einer Methode gewählt.[33] Die weitere Unterteilung in gelben und roten Bereich dient nur der Illustration der weiteren Anteilsverteilung, wobei die Summe der beiden Anteile den in 3.3 berechneten 20,52 % entspricht.[34]

Insgesamt folgt aus diesen Schritten, dass in Grundmanns Philosopher's Toy World keine einzige reliable Methode mit akzeptabler Irrtumswahrscheinlichkeit existiert. Somit kann sein Argument in Gänze abgelehnt werden. Auch Variationen der festgelegten Werte beeinflussen dieses Ergebnis nicht wesentlich. Dennoch ist zu beachten, dass die hier berechneten Wahrscheinlichkeiten das Ergebnis einer speziellen Modellierung sind. Es ist nicht auszuschließen, dass alternative Modellierungen, die z. B. wirklichkeitsnäher gestaltet sind, andere Ergebnisse liefern.[35] Ebenfalls zu beachten ist, dass die hier berechneten

[32] Hier wurde nicht berücksichtigt, dass auch die Ausweisung als nicht-reliable Methode mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ein Irrtum ist. Alle Methoden in Grenzbereichen sind allerdings mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit zwischen 50 % und 66 % nicht reliabel und können daher nicht mit ausreichender Sicherheit als reliabel eingestuft werden.

[33] Der Einfachheit halber wurde in dieser Analyse auf die exakte Unterscheidung von Irrtumswahrscheinlichkeit und p-Wert verzichtet.

[34] Der Unterschied von 0,01 % kommt aufgrund von Rundungen zustande.

[35] Bspw. könnte eine alternative Modellierung einmalige Methodenanwendungen ausschließen, da dies unrealistisch erscheint. Für den Fall, dass beide Methoden sechsmal angewendet werden, ergäbe sich in Abschnitt 3.2 z. B. eine Existenzwahrscheinlichkeit von 8,01 %. Für eine Abweichung der Zahl der Methodenanwendungen von zwei oder weniger ergibt

Wahrscheinlichkeiten nicht darauf schließen lassen, dass das Reliabilitätsargument stichhaltig ist. Da die Modellierung sich lediglich auf Grundmanns Philosopher's Toy World bezieht, kann sie die Komplexität der Realität nicht abbilden. Ein umfangreicheres Projekt mit dem Ziel der Erstellung und Auswertung einer realistischeren Modellierung könnte dieses Problem jedoch in Angriff nehmen.

4 Fazit

Ausgehend von dem Ziel, Grundmanns Argument mittels einer Formalisierung der Philosopher's Toy World zu widerlegen, wurden Mängel zentraler Begriffe, wie desjenigen der Reliabilität, aufgedeckt. Bemerkenswert ist dabei, dass die Philosopher's Toy World, die lediglich ein einfaches Beispiel, also ein kaum nennenswerter Teil der Diskussion ist, durch die Formalisierung und teilweise Verallgemeinerung einen Beitrag zum Verständnis wesentlicher Aspekte der Diskussion liefern kann. Hinzu kommt, dass die hier vorgestellten Resultate nur die Oberfläche der möglichen Resultate sind und das Potential der Modellierung nicht vollständig ausgeschöpft wurde.

Insgesamt sind die Resultate also nicht auf die Widerlegung von Grundmanns Argument beschränkt, sondern beinhalten auch ein präziseres Begriffsverständnis und die Explikation wichtiger Zusammenhänge. Die mathematisch formale Darstellung dieser Begriffe und Zusammenhänge, auf die hier größtenteils verzichtet wurde, ist nahezu unmissverständlich. Daher handelt es sich bei der mathematischen Herangehensweise um eine sehr transparente Argumentanalyse. Allerdings ist für das vollständige Verständnis der Analyse ein gewisses mathematisches Grundwissen erforderlich, das auch den Umgang mit formalen Aspekten einschließt.

Abschließend kann gesagt werden, dass eine nachträgliche mathematische Analyse philosophischer Probleme tatsächlich möglich ist. Ich bin zudem von der enormen Leistungsfähigkeit dieser Herangehensweise überzeugt, was ich hier hoffentlich zumindest zum Teil zeigen konnte. Es ist unklar, wie viele philosophische Probleme sich noch für eine mathematische Analyse eignen. Dieses Terrain gilt es, weiter zu erkunden.

5 Literaturverzeichnis

Bourget, D. & Chalmers, D. J. (2013). What Do Philosophers Believe?. Abgerufen am 24.08.2016: http://philpapers.org/archive/BOUWDP

Christensen, D. (2011). Disagreement, Question-Begging, and Epistemic Self-Criticism. *Philosophers' Imprint* 11 (6).

Goldberg, S. C. (2009). Reliabilism in Philosophy. *Philosophical Studies,* 142 (1), S. 105-117.

sich die unter dieser Variation maximal mögliche Existenzwahrscheinlichkeit von 21,67 %. Die Ergebnisse in Abschnitt 3.3 für $\alpha \leq 10\,\%$ werden dadurch allerdings nicht beeinflusst. Je nach Modifikation sind auch Existenzwahrscheinlichkeiten von noch mehr als 21,67 % möglich. Die Anerkennung bzw. Ablehnung bestimmter grundlegender Bedingungen, die die Basis der Modellierung bilden, können die späteren Ergebnisse also wesentlich beeinflussen.

Grundmann, T. (2013). Doubts About Philosophy? The Alleged Challenge from Disagreement. Abgerufen am 25.04.2016: http://www.philosophie.uni-koeln.de/sites/philosem/Grundmann/Grundmann_2012_Doubts_about_Philosophy.pdf

Rienstra, S. W. (2002). Modelling and Perturbation Methods. Abgerufen am 24.08.2016: http://www.win.tue.nl/~sjoerdr/papers/aom.pdf

Snow, C. P. (1998). *The Two Cultures.* Cambridge: CUP.